

ner Spannungsabhängigkeit bestimmt. Nach (65) folgt $e^{xv} \sim e^v$ und $e^{xv/2} \sim e^{v/2}$ für hinreichend große v , so daß die zu $\lambda = 0,5 \cdot 10^5$ und $\lambda = 1/27$ gehörigen Charakteristiken in logarithmischer Darstellung als Geraden mit um einen Faktor 2 verschiedenen Steigungen erscheinen. Betrachten wir eine Kurve, deren zugeordnete Diffusionslänge zwischen den eben diskutierten Grenzfällen liegt, so sehen wir, daß die Bedeutung des Diffusionsstromes mit zunehmender Spannung zu-, die des Rekombinationsstromes dagegen abnimmt, was ebenfalls in der sich ändernden Steigung zum Ausdruck kommt. Das Ergebnis, daß für kleine Diffusionslängen und

genügend große Spannungen $i \sim e^{v/2}$ wird, steht in Übereinstimmung mit den Überlegungen von MADELUNG⁵ für den Grenzfall $\lambda = 0$ und zeigt, daß diese Beziehung sich nicht nur bei Voraussetzung konstanter elektrochemischer Potentiale im Übergangsgebiet²⁻⁴ ergibt; das ist eine Folge von Gl. (65).

Herrn Prof. Dr. O. MADELUNG danke ich für sein förderndes Interesse an der Arbeit, wertvolle Ratschläge und Diskussionen sowie Herrn Obering, H. HOFFMANN für sein freundliches Entgegenkommen bei der Berechnung von Integralen auf einer Rechenanlage der Siemens-Schuckertwerke in Erlangen. Mein Dank gilt auch der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die den Start der Arbeit durch eine Sachbeihilfe unterstützt hat.

Aktivierungsenergie und Aktivierungsvolumen bei kleinen Spannungen und Verformungsgeschwindigkeiten

Von GEORG ALEFELD

Aus dem Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforsch. 17 a, 899-905 [1962]; eingegangen am 14. Juli 1962)

Bei kleinen Spannungen und Verformungsgeschwindigkeiten oder höheren Temperaturen müssen die Formeln, durch deren Anwendung man aus sprungartigen Änderungen der Versuchsbedingungen bei der Verformung von Metallen Aktivierungsenergie und Aktivierungsvolumen bestimmt, modifiziert werden. Mit Hilfe der korrigierten Formeln finden einige neuere experimentelle Ergebnisse eine zwanglose Deutung.

Die experimentellen und theoretischen Arbeiten von BASINSKI¹, CONRAD und WIEDERSICH², SHERBY, LYTTON und DORN³, CONRAD⁴, CONRAD, HAYS, SCHOECK und WIEDERSICH⁵, CONRAD und ROBERTSON^{6, 7}, FELTHAM und MEAKIN⁸ usw. zeigen, wie man bei plastischer Verformung von Festkörpern durch sprungartige Änderung von Temperatur, Spannung oder Verformungsgeschwindigkeit Aussagen über die den Verformungsmechanismus kennzeichnenden Größen Aktivierungsenergie und Aktivierungsvolumen erhält.

Die Auswertung der Messungen beruht auf folgendem Ansatz für die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$:

$$\dot{\varepsilon} = v \exp \{ - (H - v \sigma) / (k T) \} \quad (1)$$

$$\text{mit} \quad v = \varepsilon_0 v_0 N e^{S/k}. \quad (2)$$

v ist das Produkt aus dem Frequenzfaktor v_0 , der

makroskopischen Verformung ε_0 , die sich bei der Überwindung eines Hindernisses durch ein Versetzungsselement ergibt, der Zahl der aktivierbaren Elemente N und einem Faktor $e^{S/k}$, in dem S die Aktivierungsentropie darstellt. H ist die Aktivierungsenthalpie, die meist als Aktivierungsenergie bezeichnet wird. σ ist die effektive Spannung, also die Differenz aus äußerer und innerer Spannung, d. h.

$$\sigma = \sigma_a - \sigma_i. \quad (3)$$

$v \sigma$ stellt die Arbeit dar, die die Spannung σ bei der Überwindung der Hindernisse durch die Versetzung leistet. v hat die Dimension eines Volumens und wird als Aktivierungsvolumen bezeichnet⁹. Es ist ebenfalls der Ausdruck Spannungskonzentrationsfaktor gebräuchlich^{8, 10}.

¹ Z. S. BASINSKI, Acta Met. **5**, 684 [1957].

² H. CONRAD u. H. WIEDERSICH, Acta Met. **8**, 128 [1960].

³ O. D. SHERBY, J. L. LYTTON u. J. E. DORN, Acta Met. **5**, 219 [1957].

⁴ H. CONRAD, Acta Met. **6**, 339 [1958].

⁵ H. CONRAD, L. HAYS, G. SCHOECK u. H. WIEDERSICH, Acta Met. **9**, 367 [1961].

⁶ H. CONRAD u. W. D. ROBERTSON, Trans. Amer. Inst. Min. Metall. Engrs. **209**, 503 [1957].

⁷ H. CONRAD u. W. D. ROBERTSON, Trans. Amer. Inst. Min. Metall. Engrs. **212**, 536 [1958].

⁸ P. FELTHAM u. J. D. MEAKIN, Acta Met. **7**, 614 [1959].

⁹ A. SEEGER, Handbuch der Physik, Bd. VII/2, Verlag Springer, Berlin 1958.

¹⁰ P. FELTHAM, Phil. Mag. **2**, 584 [1957].



CONRAD, HAYS, SCHOECK und WIEDERSICH⁵ geben in ihrer Arbeit über das plastische Fließen von Mg-Kristallen für $H_0 = 0,73$ eV $v_0 = 6 \cdot 10^{-19}$ cm³ und $\nu = 10^5$ sec⁻¹ an, wobei H_0 und v_0 die Werte der Aktivierungsenergie bzw. des Aktivierungsvolumens bei der effektiven Spannung $\sigma = 0$ darstellen. Da die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ für effektive Spannungen $|\sigma| > 0$ nur größer werden kann, gibt es für eine bestimmte Temperatur eine kleinste Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{\min}$, die mit einem Ansatz nach (1) beschrieben werden kann.

Bei kleinen Verformungsgeschwindigkeiten, denen kleine effektive Spannungen entsprechen, ist der Ansatz (1) eine zu grobe Näherung. Für kleine Spannungen geht die Kriechgeschwindigkeit nach (1) nicht gegen Null, wie es sein sollte. Für $\sigma = 0$ bleibt eine endliche Kriechgeschwindigkeit. Weiterhin ist (1) bezüglich Spannung unsymmetrisch; denn selbst für negative Spannungen σ bleibt die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ positiv. Gl. (1) enthält nur die Wahrscheinlichkeit für einen thermisch-aktivierten Sprung in Richtung der Spannung. Schon OROWAN¹¹ und KAUZMANN¹² wiesen darauf hin, daß auch die Wahrscheinlichkeit für einen Sprung gegen die Spannung, bewirkt durch die thermischen Schwankungen, berücksichtigt werden muß.

Der Ansatz (1) muß daher folgendermaßen erweitert werden:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \nu \left(\exp \left\{ - \frac{H - v \sigma}{k T} \right\} - \exp \left\{ - \frac{H + v \sigma}{k T} \right\} \right) \\ &= 2 \nu \exp \left\{ - \frac{H}{k T} \right\} \sin \frac{v \sigma}{k T}.\end{aligned}\quad (4)$$

Aus Gründen der Einfachheit haben wir für das Rück-springen das gleiche Aktivierungsvolumen v wie für Vorwärtsprünge eingesetzt¹³. Für $v \sigma / k T > 1$ geht (4) in (1) über.

Mit den Werten von CONRAD et al.⁵ ist die Anwendung von (1) bei 364 °K erst für Kriechgeschwindigkeiten, die größer als $2,7 \cdot 10^{-5}$ sec⁻¹ = $1,6 \cdot 10^{-3}$ min⁻¹ gestattet.

Weiterhin bestimmen diese Autoren⁵ aus Daten, denen eine Analyse nach (1) zugrunde liegt, Aktivierungsenergie und Aktivierungsvolumen bei kleinen effektiven Spannungen, selbst bei der effektiven Spannung Null.

¹¹ E. OROWAN, Z. Phys. **98**, 386 [1936].

¹² W. KAUZMANN, Trans. Amer. Inst. Min. Metall Engrs. **143**, 57 [1941].

Es ist die Absicht dieser Arbeit, unter Berücksichtigung der Rücksprungswahrscheinlichkeit aus (4) abzuleiten, welche Aussagen dann sprungartige Spannungs-Temperatur- und Verformungsgeschwindigkeitsänderungen über Aktivierungsenergie und Aktivierungsvolumen liefern. Die sich ergebenden Formeln müssen für große Spannungen oder Verformungsgeschwindigkeiten in die von BASINSKI¹ und CONRAD und WIEDERSICH² übergehen.

Gl. (1) bzw. (4) sind Gleichungen zwischen acht verschiedenen physikalischen Größen, nämlich H , v , ν , σ_i und σ_a , T , $\dot{\epsilon}$, ϵ . Davon sind vier äußere Parameter, die experimentell bestimbar sind (σ_a , $\dot{\epsilon}$, ϵ und T), während die restlichen vier als innere Parameter die Art und den Ablauf des atomistischen Prozesses charakterisieren.

σ_a , $\dot{\epsilon}$, ϵ und T sind meßbar. Man gibt entweder σ_a und T vor und mißt ϵ bzw $\dot{\epsilon}$ (Kriechkurven), oder man gibt $\dot{\epsilon}$ (und damit ϵ) und T vor und mißt σ_a (Verfestigungskurven). Gl. (4) stellt dann eine Gleichung für vier Unbekannte dar. Man benötigt also zur vollständigen Bestimmung noch mindestens drei weitere Gleichungen, die Beziehungen zwischen den vier Unbekannten herstellen. Hier bieten sich nun die drei Differenzenquotienten

$(\Delta \dot{\epsilon} / \Delta T)_{\sigma_a=\text{const}}$, $(\Delta \sigma_a / \Delta T)_{\dot{\epsilon}=\text{const}}$, $(\Delta \dot{\epsilon} / \Delta \sigma_a)_{T=\text{const}}$, die man durch sprungartige Änderung von Temperatur, Spannung oder Verformungsgeschwindigkeit bestimmen kann, an. Wir werden im folgenden der Einfachheit wegen, ebenso wie BASINSKI sowie CONRAD und WIEDERSICH, mit den Differentialquotienten arbeiten.

Man bestimmt

$(\partial \dot{\epsilon} / \partial T)_{\sigma_a=\text{const}}$ aus einem Temperatursprung in einer Kriechkurve,

$(\partial \sigma_a / \partial T)_{\dot{\epsilon}=\text{const}}$ aus einem Temperatursprung in einer Verfestigungskurve,

$(\partial \dot{\epsilon} / \partial \sigma_a)_{T=\text{const}}$ aus einem Spannungssprung in einer Kriechkurve oder aus einem Sprung in der Verformungsgeschwindigkeit in einer Verfestigungskurve.

Die drei partiellen Differentialquotienten sind jedoch nicht voneinander unabhängig, wie sich leicht

¹³ Diese Vereinfachung ist berechtigt für die Prozesse, bei denen die Versetzung nur Sprünge von der Größenordnung der Gitterkonstante ausführt. Für das Schneiden von Versetzungen gilt sie jedoch nur bei ganz kleinen Spannungen.

folgendermaßen zeigen läßt. Irgendwelche sprungartige Änderungen (sprungartig heißt: $d\dot{\varepsilon} = 0$) der äußeren Parameter $\dot{\varepsilon}$, σ_a und T sind untereinander durch folgende Beziehung verknüpft:

$$d\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial T} \right)_{\sigma_a} dT + \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma_a} \right)_T d\sigma_a. \quad (5)$$

Dividiert man durch dT und wählt $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, so ergibt sich

$$\left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial T} \right)_{\sigma_a} + \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma_a} \right)_T \left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial T} \right)_{\dot{\varepsilon}} = 0. \quad (6)$$

Diese Beziehung gilt natürlich unabhängig von dem speziell verwendeten Verformungsansatz für $\dot{\varepsilon}$.

Durch sprungartige Änderung der Versuchsbedingungen erhält man nur zwei voneinander unabhängige Gleichungen. Da außerdem z. B. das Aktivierungsvolumen spannungs- und temperaturabhängig sein kann, treten in diesen beiden Gleichungen noch Ableitungen der Unbekannten nach den experimentellen Variablen als weitere Unbekannte auf. Welche Aussagen man dennoch über die vornehmlich interessierenden Größen Aktivierungsenergie und Aktivierungsvolumen machen kann, werden wir im folgenden sehen.

Im allgemeinen muß man für alle vier Unbekannten H , v , ν , σ_i eine Abhängigkeit von Temperatur, Spannung, Verformungsgeschwindigkeit und Verformung zulassen. Für das folgende wollen wir ν und H als konstant ansehen, für v lassen wir Spannungsabhängigkeit zu. Bei σ_i vernachlässigen wir die Abhängigkeit von der Verformungsgeschwindigkeit und berücksichtigen nur die Abhängigkeit von der Temperatur, die sich durch die Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls ergibt^{1, 2}. Da wir die folgenden Formeln durch einfache Differentiation von (4) gewinnen, kann man leicht andere Abhängigkeiten mitberücksichtigen.

Ableitung der Formeln

Differenziert man (4) nach σ_a bei konstant gehaltener Temperatur und dividiert durch $\dot{\varepsilon}$, so ergibt sich

$$\left(\frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma_a} \right)_T = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{v \sigma}{k T} \right) \cdot \text{Ctg} \frac{v \sigma}{k T} = \left(\frac{v}{k T} + \frac{\partial v}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{k T} \right) \text{Ctg} \frac{v \sigma}{k T}. \quad (7)$$

Für große Spannungen ($v \sigma \gg k T$) stimmt (7) mit der von CONRAD et al.⁵ abgeleiteten Formel (3 b auf Seite 368 in⁵) überein, da dann $\text{Ctg}(v \sigma / (k T)) \rightarrow 1$ geht.

Differenziert man (4) nach der Temperatur T bei konstant gehaltener äußerer Spannung σ_a unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der inneren Spannungen und dividiert durch $\dot{\varepsilon}$, so erhält man

$$k T^2 \left(\frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial T} \right)_{\sigma_a} = H - \left(v \sigma + T \frac{\partial v \sigma}{\partial \sigma} \frac{d\sigma_i}{dT} \right) \text{Ctg} \frac{v \sigma}{k T}. \quad (8)$$

Das letzte Glied ist das Korrekturglied für die Temperaturabhängigkeit der inneren Spannungen. Es gilt

$$\frac{d\sigma_i}{dT} = \frac{\sigma_i}{G} \frac{dG}{dT}, \quad G = \text{Schubmodul}. \quad (9)$$

Setzt man (9) und (7) in (8) ein, so ergibt sich folgende Formel für die effektive Aktivierungsenergie:

$$H - v \sigma \text{Ctg} \frac{v \sigma}{k T} = k T \left(\left(\frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \ln T} \right)_{\sigma_a} + \left(\frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma_a} \right)_T \sigma_i \frac{d \ln G}{d \ln T} \right). \quad (10)$$

Im Vergleich mit den aus (1) abgeleiteten Formeln² tritt hier wieder zusätzlich die Funktion $\text{Ctg}(v \sigma / (k T))$ auf der linken Seite auf, die bei kleinen Spannungen das Ergebnis modifiziert.

Für große Spannungen stimmt (10) ebenfalls wieder mit den Formeln von CONRAD und WIEDERSICH² überein. Die beiden partiellen Differentialquotienten in (10) werden aus Kriechkurven bestimmt. Unter Verwendung der allgemeinen Beziehung (6) läßt sich (10) so umformen, daß auf der rechten Seite nur solche Differentialquotienten vorkommen, die man aus einer Verfestigungskurve bestimmen kann.

$$H - v \sigma \text{Ctg} \frac{v \sigma}{k T} = - k T \frac{\left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial \ln T} \right)_{\dot{\varepsilon}} - \sigma_i (d \ln G / d \ln T)}{\left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_T}. \quad (11)$$

Da die inneren Spannungen σ_i unabhängig von $\dot{\varepsilon}$ angenommen wurden, kann man (11) umformen in:

$$H - v \sigma \text{Ctg} \frac{v \sigma}{k T} = - k T \frac{\left(\frac{\partial (\sigma_a - \sigma_i)}{\partial \ln T} \right)_{\dot{\varepsilon}}}{\left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_T}. \quad (12)$$

Auch diese beiden Formeln gehen für große Spannungen in die Formeln von CONRAD und WIEDERSICH^{2, 5} über.

(11) bzw. (12) hätte man auch ohne Verwendung von (6) direkt durch Differenzieren der folgenden nach σ_a aufgelösten Gl. (4) ableiten können:

$$\sigma_a = \sigma_i + (k T / v) \ln (\dot{\varepsilon} \tau + \sqrt{1 + (\dot{\varepsilon} \tau)^2}) \quad (13)$$

$$\text{mit} \quad \tau = \frac{1}{2 \nu} e^{H / (k T)}. \quad (14)$$

(13) stellt die Abhängigkeit der Fließspannung σ_a bzw. kritischen Schubspannung σ_i von Temperatur T und Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ dar. (13) lässt sich folgendermaßen umformen:

$$\sigma_a = \sigma_i + \frac{H}{v} - \frac{kT}{v} \ln \frac{v}{\dot{\varepsilon}} + \frac{kT}{v} \ln \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + 1/(\dot{\varepsilon} \tau)^2}). \quad (13 \text{ a})$$

Die ersten drei Summanden stimmen mit der Formel von SEEGER^{9, 14} für die kritische Schubspannung überein. Das vierte Glied jedoch, das hier dazukommt, ist nur für $\dot{\varepsilon} \tau \gg 1$ vernachlässigbar, d. h. für große Verformungsgeschwindigkeiten und kleine Temperaturen. Eine ähnliche Formel wurde von OROWAN¹¹ für den BECKERSchen Ansatz angegeben.

Diskussion

Wie wir gesehen haben, gehen die aus dem strengen Ansatz (4) abgeleiteten Formeln erst für $v \sigma > kT$ bzw. $\dot{\varepsilon} > 2v \exp\{-H/(kT)\}$

in die aus (1) abgeleiteten Formeln über. Diese beiden Bedingungen grenzen in einem $\sigma_a, T, \dot{\varepsilon}$ -Raum, in dem die experimentell vorgegebenen Punkte σ_a, T bzw. $\dot{\varepsilon}, T$ liegen, das Gebiet ab, in dem man mit der strengeren Gl. (4) arbeiten muß. Diese beiden Bedingungen sind nicht unabhängig voneinander, denn wenn man eine annimmt, folgt die andere aus (4).

1. Die Fließspannung bzw. die kritische Schub-

Für tiefe Temperaturen erhält man nach (13 a), wie in der Ableitung von SEEGER^{9, 14}, eine lineare Abhängigkeit der kritischen Schubspannung von der Temperatur. Für höhere Temperaturen geht die kritische Schubspannung asymptotisch gegen σ_i , während nach der Theorie aus Formel (1) ein scharfer Knickpunkt gefordert wird (Abb. 1). Für die kritische Schubspannung selbst ist dieser Unterschied nicht sehr erheblich. Er ist aber von Bedeutung, wenn man nach Gl. (12) aus der Fließspannung die Aktivierungsenergie bestimmen will, wie es CONRAD et al.⁵ versuchten, da man dann die Ableitung bilden muß. Eine genauere Untersuchung von (13) zeigt, daß die kritische Schubspannung nicht asymptotisch gegen σ_i geht, sondern in Form eines brei-

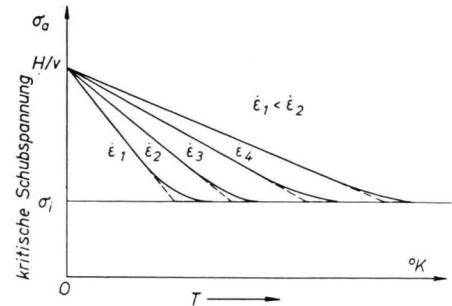


Abb. 1. Kritische Schubspannung als Funktion der Temperatur. Parameter ist die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ (schematisch). Gestrichelt: Verlauf ohne Berücksichtigung der Rücksprungwahrscheinlichkeit.

ten Minimums. Ein merklicher Wiederanstieg liegt außerhalb zugänglicher Temperaturen ($kT \approx H$).

2. Das Aktivierungsvolumen

Was man nach Gl. (7) durch sprungartige Spannungsänderung mißt, wollen wir (nach Multiplikation mit kT) mit v_{eff} bezeichnen. Da wir hier nur die Abweichungen bei kleinen Spannungen demonstrieren wollen, nehmen wir jetzt das wahre Aktivierungsvolumen v als spannungsunabhängig an:

$$v_{\text{eff}} = v \cdot \text{Ctg}(v \sigma / (kT)). \quad (15)$$

v_{eff} steigt für kleine Spannungen stark an und geht für $\sigma \rightarrow 0$ gegen ∞ (Abb. 2). CONRAD et al.⁵ be-

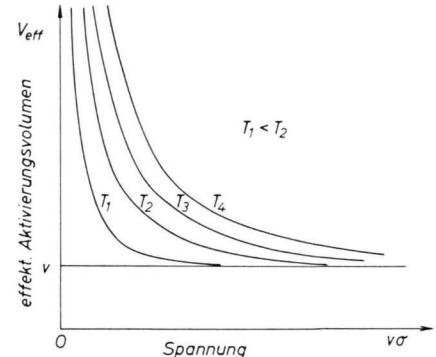


Abb. 2. Effektives Aktivierungsvolumen bei kleinen Spannungen (schematisch).

stimmen in ihren Experimenten ein Aktivierungsvolumen, das mit kleiner werdender Spannung sehr stark zunimmt. Dieser Anstieg dürfte bei kleinen Spannungen von dem $\text{Ctg}[v \sigma / (kT)]$ und weniger von einer Spannungsabhängigkeit des wahren Aktivierungsvolumens v herrühren; denn extrapoliert man die von CONRAD et al. gemessene Kurve soweit,

¹⁴ A. SEEGER, Phil. Mag. **45**, 771 [1954] und **46**, 1194 [1955].

bis v_{eff} spannungsunabhängig ist, so ergibt sich für das wirkliche Aktivierungsvolumen v etwa $0,1 \cdot 10^{-19}$ cm. Mit diesem Wert errechnet man, daß die scheinbare Spannungsabhängigkeit von v nach Gl. (15) für $\sigma < 40 \text{ g/mm}^2$ zu erwarten ist. Bei einer Analyse nach (1) sieht man v_{eff} als das wahre Aktivierungsvolumen an. Es wird also dann eine Spannungs- und Temperaturabhängigkeit des Aktivierungsvolumens vorgetäuscht. Für $v \sigma < kT$ ist v_{eff} proportional zur Temperatur, so daß $v_{\text{eff}}/(kT)$ temperaturunabhängig wird.

Da man v nicht nur aus Kriechkurven, sondern auch aus Verfestigungskurven bestimmen kann, bei diesen aber $\dot{\varepsilon}$ und T die vorgegebenen Parameter sind, soll v_{eff} ebenfalls als Funktion von $\dot{\varepsilon}$ und T dargestellt werden.

Aus (4) ergibt sich

$$\text{Ctg} \frac{v \sigma}{kT} = \sqrt{1 + 1/(\dot{\varepsilon} \tau)^2}. \quad (16)$$

(16) in (15) eingesetzt liefert

$$v_{\text{eff}} = v \sqrt{1 + (4v^2/\dot{\varepsilon}^2) \exp \{-2H/(kT)\}}. \quad (17)$$

v_{eff} wird also mit kleiner werdender Verformungsgeschwindigkeit größer. Diese Abhängigkeit von der Verformungsgeschwindigkeit ist aber erst bei höheren Temperaturen bemerkbar.

3. Die Aktivierungsenergie

Was man nach Gln. (10), (11) oder (12) durch sprungartige Temperatur- und Spannungsänderungen mißt, bezeichnen wir als H_{eff}

$$H_{\text{eff}} = H - v \sigma \text{Ctg}(v \sigma/(kT)). \quad (18)$$

Zunächst möchten wir feststellen, daß man auch bei großen Spannungen [$\text{Ctg}(v \sigma/(kT)) = 1$] durch sprungartige Temperaturänderungen (korrigiert um die Temperaturabhängigkeit der inneren Spannungen) nicht H selbst bestimmt, wie behauptet wurde¹⁵, sondern $H - v \sigma$. H_{eff} ist also stets spannungsabhängig (Abb. 3). Selbst für $\sigma = 0$ ist H_{eff} nicht gleich H , sondern etwas kleiner, nämlich $H_{\text{eff}} = H - kT$. Das gleiche Ergebnis erhält man übrigens auch bei der Bestimmung der Aktivierungsenergie aus Zeit-Temperatur-Transformation für kleine Spannungen^{16, 17}.

Der Ausdruck im Nenner von (11) und (12) ist bis auf kT das reziproke effektive Aktivierungs-

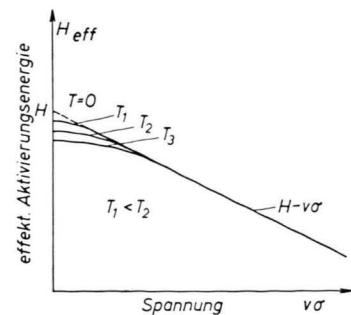


Abb. 3. Effektive Aktivierungsenergie als Funktion der Spannung (schematisch).

volumen. Dieses wird aber für kleine Spannungen Null [Gl. (15)]. Da aber die linke Seite in (11) endlich bleibt, muß auch der Zähler Null werden. Setzt man explizit für

$$\left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_T = \frac{kT}{v} \frac{1}{\text{Ctg}(v \sigma/(kT))}$$

in (11) bzw. (12) ein, so ergibt sich, daß sprungartige Temperaturänderungen in Verfestigungskurven, ohne eine zusätzliche Messung des zugehörigen effektiven Aktivierungsvolumens, eine effektive Aktivierungsenergie

$$H'_{\text{eff}} = \frac{H_{\text{eff}}}{\text{Ctg}(v \sigma/(kT))} = H \text{Tg} \frac{v \sigma}{kT} - v \sigma \quad (19)$$

liefern. [H'_{eff} erhält man auch durch einfaches Differenzieren von (13).] H'_{eff} steigt für kleine effektive Spannungen linear mit der Spannung an (Abb. 4), hat dann ein Extremum bei

$$v \sigma/(kT) = \frac{1}{2} \ln(\sqrt{2}H/(kT)). \quad (20)$$

und fällt dann wieder linear mit der Spannung ab.

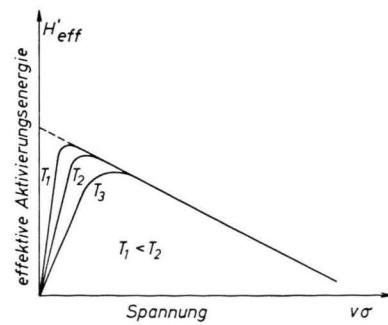


Abb. 4. Abhängigkeit der effektiven Aktivierungsenergie H' von der Spannung, wenn diese durch sprungartige Temperaturänderungen in Verfestigungskurven bestimmt wird (schematisch).

¹⁵ P. FELTHAM u. J. D. MEAKIN, Acta Met. 9, 1036 [1961].

¹⁶ G. ALEFELD, Dissertation, Technische Hochschule München 1961.

¹⁷ G. ALEFELD, Acta Met., erscheint demnächst.

Nun finden aber z. B. SHERBY, LYTTON und DORN³, daß die experimentell durch Temperatursprünge in Kriechkurven ermittelte Aktivierungsenergie unabhängig von der Spannung ist. Sie verwerfen daher einen Ansatz der Art (1). Ebenso glaubt DAVIES¹⁸, daß für die Messungen von FELTHAM und MEAKIN an Kupfer⁸ ein Ansatz mit einer spannungsabhängigen effektiven Aktivierungsenergie, den die Autoren verwenden, nicht anwendbar ist, da die experimentell ermittelten Aktivierungsenergien sich spannungsunabhängig ergeben.

Auf Grund obiger Ableitungen ist jedoch leicht einzusehen, daß H_{eff} bei bestimmter Versuchsführung spannungsunabhängig zu sein scheint. Die sprungartigen Temperaturänderungen zur Bestimmung von H_{eff} wurden zwar bei verschiedenen äußeren Spannungen durchgeführt. Über die inneren Spannungen wußten die Autoren aber nichts. In H_{eff} geht jedoch die effektive Spannung, also die Differenz aus äußerer und innerer Spannung ein. Wie man bei SHERBY et al.³ sieht, wurden die Temperatursprünge (wahrscheinlich aus rein experimentellen Gründen) in einem kleinen Variationsbereich der Kriech- bzw. Verformungsgeschwindigkeit ausgeführt. Bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit von H_{eff} beschränken sich diese Autoren bewußt auf eine Verformungsgeschwindigkeit (Figur 4 in³).

Unter Verwendung von (16) und (13) läßt sich H_{eff} umformen in

$$H_{\text{eff}} = H - kT \sqrt{\frac{1 + (\dot{\varepsilon}\tau)^2}{(\dot{\varepsilon}\tau)^2}} \ln \left(\dot{\varepsilon}\tau + \sqrt{1 + (\dot{\varepsilon}\tau)^2} \right). \quad (21)$$

Führt man die Temperatursprünge in Kriechkurven zwar bei verschiedenen äußeren Spannungen, jedoch jeweils bei konstanten Kriechgeschwindigkeiten aus, so erhält man nach (21) stets die gleiche scheinbar spannungsunabhängige effektive Aktivierungsenergie. Dadurch, daß man bei konstanter Kriechgeschwindigkeit die Sprünge ausführt, haben sich die inneren Spannungen jeweils immer so geändert, daß $\sigma_a - \sigma_i$ konstant bleibt.

Anderseits ergibt sich durch diese Art der Versuchsführung nach (21) eine Temperaturabhängigkeit der effektiven Aktivierungsenergie, auf die schon CONRAD und WIEDERSICH² hinwiesen.

Für tiefe Temperaturen läßt sich (21) wegen

$$2\nu e^{-H/(kT)} < \dot{\varepsilon}$$

¹⁸ R. G. DAVIES, Acta Met. **9**, 1035 [1961].

$$\text{umformen in } H_{\text{eff}} = kT \ln(\nu/\dot{\varepsilon}). \quad (22)$$

H_{eff} steigt linear mit der Temperatur an, wie sowohl von CONRAD et al.⁵ als auch LYTTON et al.³ gefunden wurde. Dieses Ergebnis liefert schon eine Auswertung nach (1). Da man die Verformungsgeschwindigkeit kennt, läßt sich aus dem Anstieg mit der Temperatur das ν bestimmen⁵.

Die genaue Gl. (21) jedoch zeigt, daß nach dem linearen Anstieg H_{eff} als Funktion der Temperatur umbiegt und gegen den Sättigungswert $H - kT$ geht (Abb. 5), da das Produkt aus dem Logarithmus und

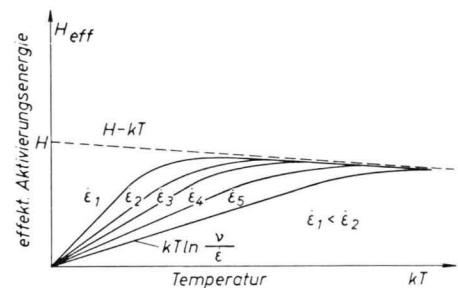


Abb. 5. Effektive Aktivierungsenergie als Funktion von der Temperatur (schematisch).

der Wurzel für hohe Temperaturen gegen 1 geht. Eigentlich handelt es sich auch hier wieder, ähnlich wie bei der kritischen Schubspannung, um ein breites Maximum, da H_{eff} ja dann mit kT langsam wieder absinkt.

Die von SHERBY, LYTTON und DORN³ gefundene Temperaturabhängigkeit der Aktivierungsenergie von Aluminium kann in groben Zügen durch (21) wiedergegeben werden, während die Autoren zur Erklärung der gemessenen Temperaturabhängigkeit sechs verschiedene Aktivierungsenergien annahmen.

Wir wollen nicht behaupten, daß für den ganzen Temperaturbereich von 90 bis 900 °K nur eine Aktivierungsenergie für die Versetzungsbewegung in Al steuernd ist. Jedoch wird sich unter Berücksichtigung obiger Ableitung das erforderliche Spektrum von Aktivierungsenergien auf zwei, höchstens drei Werte reduzieren. Außer durch die Wirkung eines Spektrums kann die gemessene Kurve gegenüber der theoretischen (21) dadurch verzerrt sein, daß das ν temperaturabhängig ist, oder dadurch, daß neue Versetzungen erzeugt werden, was ebenfalls das ν ändert.

Daß der Sättigungswert für die Aktivierungsenergie in Abb. 5 wirklich den Wert für kleine effektive Spannungen darstellt, zeigen andere Arbei-

ten von DORN und Mitarbeitern¹⁹, bei denen von Anfang an bei kleinen äußeren Spannungen gemessen wurde. Für kleine Spannungen läßt sich (4) entwickeln und geht über in

$$\dot{\varepsilon} = 2 \nu \frac{v \sigma}{k T} e^{-H/(kT)}. \quad (4 \text{ a})$$

Durch Temperatursprünge in Kriechkurven mißt man eine effektive spannungsunabhängige Aktivierungsenergie:

$$H_{\text{eff}} = \frac{k T_1 T_2}{\Delta T} \ln \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_1} \approx H - k T_2,$$

also gerade den Sättigungswert in Abb. 5. Da der Sättigungswert nicht H selbst, sondern $H - k T$ liefert, ist die wahre Aktivierungsenergie H noch um rund 5% höher als der von SHERBY und anderen³ angegebene Wert.

4. Temperaturabhängigkeit des Aktivierungsvolumens

Wir möchten noch kurz auf eine Eigenschaft des Ansatzes (1) bzw. (4) eingehen, dessen experimentelle Beobachtung irrtümlicherweise als Argument gegen einen solchen Ansatz verwendet wurde¹⁸. Bei der Ableitung von (8) haben wir angenommen, daß das Aktivierungsvolumen v nicht explizit von der Temperatur abhängt. Läßt man eine Temperaturabhängigkeit von v zu^{8, 10, 16, 17, 20, 21}, so tritt auf der rechten Seite von (8) noch zusätzlich eine Ableitung ($\partial v / \partial T$) auf. Nach der gleichen Umformung, die zu Gl. (11) führt, zeigt sich, daß man durch sprungartige Temperaturerhöhung eine effektive Aktivierungsenergie

$$H_{\text{eff}} = H - v \sigma \operatorname{Ctg} \frac{v \sigma}{k T} + T \sigma \frac{\partial v}{\partial T} \cdot \operatorname{Ctg} \frac{v \sigma}{k T} \quad (23)$$

mißt. (Hierbei ist vorausgesetzt, daß sich bei dem Temperatursprung der Gleichgewichtswert von v schnell genug einstellt.)

Nimmt man eine Temperaturabhängigkeit des Aktivierungsvolumens von der Form

$$v = \bar{v} \exp \{-U_v/(kT)\} \quad (24)$$

an, wie FELTHAM et al.^{8, 10, 20} und ALEFELD^{16, 17} fan-

den, so lautet Gl. (23)

$$H_{\text{eff}} = H + v \sigma \left(\frac{U_v}{k T} - 1 \right) \operatorname{Ctg} \frac{v \sigma}{k T}. \quad (25)$$

(25) geht für $v \sigma / k T > 1$ über in

$$H_{\text{eff}} = H + v \sigma \left(\frac{U_v}{k T} - 1 \right). \quad (25 \text{ a})$$

Das gleiche Ergebnis fand ALEFELD^{16, 17} aus Zeit-Temperatur-Transformation bei großer Spannung, nur mit dem Unterschied, daß σ dort durch σ_a zu ersetzen ist. Da $U_v / (kT)$ in zugänglichen Temperaturbereichen größer als 1 ist, mißt man eine effektive Aktivierungsenergie, die größer ist als die wahre und die mit steigender Spannung nicht kleiner, sondern größer wird. Damit erledigt sich das zweite Argument, das DAVIES¹⁸ gegen den von FELTHAM und MEAKIN⁸ verwendeten Ansatz (1) bzw. (4) vorbringt. Die Änderung der Kriechgeschwindigkeit bei Temperatursprüngen nimmt wegen der von diesen Autoren gefundenen Temperaturabhängigkeit des Aktivierungsvolumens mit steigender Spannung zu und nicht ab, wie normalerweise nach (18) und Abb. 3 zu erwarten ist. Dieses Verhalten ist auch physikalisch leicht einzusehen. Das Aktivierungsvolumen wird nach (24) mit steigender Temperatur größer, d. h. aber, daß mit steigender Temperatur neben dem Einfluß der thermischen Schwankungen auf die Kriechgeschwindigkeit — was sich in dem Faktor $e^{-H/(kT)}$ ausdrückt — auch die Wirksamkeit der Spannung σ bei der Überwindung der Hindernisse vergrößert wird. FELTHAM und MEAKIN⁸ bestimmen effektive Aktivierungsenergien für Kupfer von 1,4 eV bzw. 1,2 eV und vermuten einen Zusammenhang mit Leerstellen. Die Wandungsenergie für Leerstellen in Cu beträgt jedoch 1,08 eV, die Bildungsenergie²² 0,95 eV. Nach obiger Ableitung (25 a) sind diese Werte von FELTHAM und MEAKIN um $v \sigma [U_v / (kT) - 1]$ zu verkleinern. Die Autoren weisen nach, daß bei ihren Experimenten $v \sigma / (kT) > 1$ war. Mit $v \sigma / (kT) = 2$, $U_v = 0,3$ eV wird $v \sigma [U_v / (kT) - 1]$ für 400 °C etwa 0,4 eV, so daß obige Aktivierungsenergien sich auf 1,0 eV bzw. 0,8 eV reduzieren.

Ich danke den Herren Prof. H. MAIER-LEIBNITZ und N. RIEHL für förderndes Interesse.

¹⁹ J. G. HARPER u. J. E. DORN, Acta Met. **5**, 654 [1957]. — J. G. HARPER, L. A. SHEPARD u. J. E. DORN, Acta Met. **6**, 509 [1958].

²⁰ P. FELTHAM u. G. J. COBLEY, Phil. Mag. **8**, 649 [1960].

²¹ P. R. THORNTON u. P. B. HIRSCH, Phil. Mag. **3**, 738 [1958].

²² W. SCHÜLE, A. SEEGER, F. RAMSTEINER, D. SCHUMACHER u. K. KING, Z. Naturforschg. **16 a**, 323 [1961].